

FUNGSI EKSPONENDAN PERSAMAAN DAN EKSPONEN

- Indikator :
- * Menggambar grafik fungsi eksponen dengan bilangan dasar $a > 0$ dan $0 < a < 1$.
 - * Menentukan penyelesaian persamaan eksponen.
 - * Menjelaskan sifat-sifat fungsi eksponen yang digunakan dalam proses penyelesaian persamaan eksponen
 - * Menentukan penyelesaian pertidaksamaan eksponen.
 - * Menjelaskan sifat-sifat fungsi eksponen yang digunakan dalam proses penyelesaian pertidaksamaan eksponen

A. Fungsi Eksponen : $y = f(x) = a^{px+q} + r$

1. Menggambar grafik fungsi : $f(x) = a^{px+q} + r$

- a. $a^{px+q} > 0$, maka nilai $y > r$, sehingga $y = r$ merupakan asimtot datar.
- b. Tentukan titik potong dengan sumbu y .
- c. Titik Bantu :

| | |
|---|---|
| X | Perkirakan nilai x shg. Y mudah di hitung |
| Y | |

Contoh :

Gambarlah grafik $Y = 2^x$

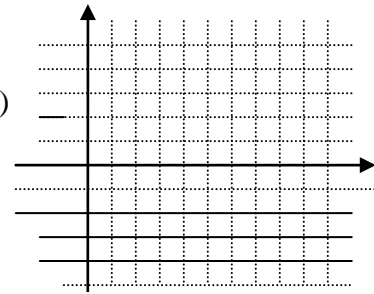
Jawab :

Asimtot datar $y = 0$

Titik potong sumbu Y , $x = 0$ maka $y = 2^0 = 1$ (0,1)

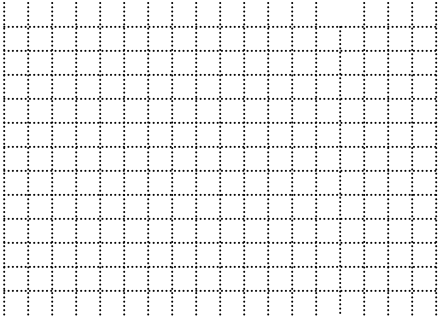
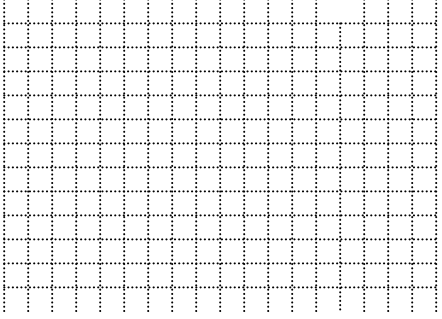
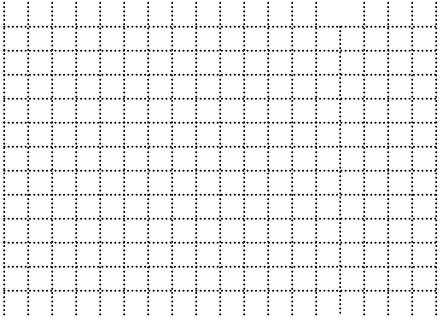
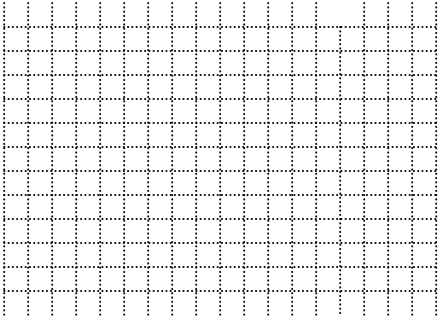
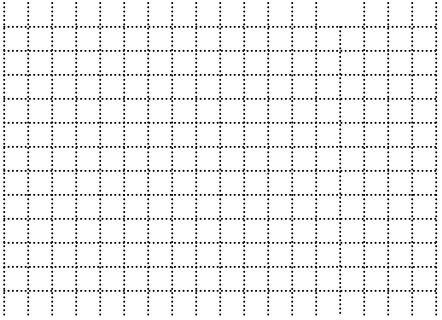
Titik bantu :

| | | | | | |
|---|-----|-----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 1/4 | 1/2 | 1 | 2 | 4 |



Latihan 1.

| | |
|---|--|
| <p>1. Gambarlah sketsa grafik $y = 2^{-x}$</p> <p>Jawab :</p> | |
| <p>2. Gambarlah sketsa grafik $y = 2^{x-1}$</p> <p>Jawab :</p> | |
| <p>3. Gambarlah sketsa grafik $y = 2^x + 1$</p> <p>Jawab :</p> | |

| | |
|---|--|
| <p>4. Gambarlah sketsa grafik $y = 2^{x+1} - 3$ Jawab :</p> |  |
| <p>5. Gambarlah sketsa grafik $y = -3^x$ Jawab :</p> |  |
| <p>6. Gambarlah sketsa grafik $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ Jawab :</p> |  |
| <p>7. Gambarlah sketsa grafik $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} + 2$ Jawab :</p> |  |
| <p>8. Gambarlah sketsa grafik $y = -2^{-x+1} + 3$ Jawab :</p> |  |

Kesimpulan :

1. Grafik $y = a^x$: jika $a > 1$, maka grafik naik
jika $0 < a < 1$, maka grafik turun
2. Grafik $y = a^{f(x-m)} + n$ diperoleh dengan menggeser grafik $y = a^{f(x)}$ ke kanan untuk $m > 0$ atau ke kiri untuk $m < 0$ sejauh m , kemudian ke atas untuk $n > 0$ atau ke bawah untuk $n < 0$ sejauh n .
3. Grafik $y = a^x$ simetri thd. Sumbu Y dengan grafik $y = (\frac{1}{a})^x$

B. Persamaan Eksponen.

1. Bentuk : $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ penyelesaiannya : $f(x) = g(x)$

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$\sqrt{8^x} \sqrt[3]{\frac{1}{4^x}} = 16 \left(\frac{1}{32^x} \right)$$

Jawab :

2. Bentuk : $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ penyelesaiannya : $f(x) = 0$

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$3^{2x-3} = \frac{1}{4^{\frac{3}{2}-x}}$$

Jawab :

3. Bentuk : $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ penyelesaiannya : masing-masing ruas diberi log , sehingga menjadi $f(x) \log a = g(x) \log b$

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$2^{x-2} = 3^{1-x}$$

Jawab :

4. Bentuk : $\{g(x)\}^{f(x)} = \{h(x)\}^{f(x)}$

Penyelesaiannya : 1. $f(x) = 0$, dengan syarat $h(x) \neq 0$ atau $g(x) \neq 0$

2. $g(x) = h(x)$, dengan syarat tidak menghasilkan 0^0

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$(x+2)^{x^2+x-2} = (x)^{2x^2+2x-4}$$

Jawab :

5. Bentuk : $\{h(x)\}^{f(x)} = \{h(x)\}^{g(x)}$

Penyelesaiannya : 1. $f(x) = g(x)$

2. $h(x) = 1$

3. $h(x) = 0$, dengan syarat $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$

4. $h(x) = -1$, dengan syarat $f(x)$ dan $g(x)$ keduanya bilangan ganjil atau keduanya bilangan genap

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$(x+2)^{2x^2-1} = (x+2)^{x+5}$$

Jawab:

6. Bentuk : $A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + C = 0$, bentuk persamaan eksponen yang penyelesaiannya menggunakan pemisalan, sehingga soal dapat diubah menjadi persamaan kuadrat.

Ciri-cirinya : dalam soal ada $a^{f(x)}$ dan $a^{2f(x)}$ atau ada $a^{f(x)}$ dan $a^{-f(x)}$

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$2^{2x-1} + 2^{3-2x} = 10$$

Jawab :

Latihan 2.

| | |
|---|---|
| <p>1. $(27)^{\frac{1}{x+2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x+1}} = \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{-1}{2x+3}}$ Jawab :</p> | <p>2. $\begin{cases} 3^{x-2y+1} = 81 \\ 5^{2x+y-3} = 625^{x-y} \end{cases}$ Jawab :</p> |
| <p>3. $400 \cdot 3^{x^2-x-6} + 4 \cdot 3^{x^2-x-2} - 3^{x^2-x} + 5 = 0$ Jawab :</p> | <p>4. $(2x^2 + 5x - 3)^{2x+3} = 1$ Jawab :</p> |
| <p>5. $9^x - 6\sqrt{3^x} + 3 = 0$, Tentukan jumlah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut Jawab :</p> | <p>6. $\begin{cases} 9^{9x-y-2} - 10 \cdot 3^{9x-y-1} + 81 = 0 \\ 2^{8x-y+4} = 3^0 \end{cases}$ Jawab :</p> |

| | |
|---|--|
| <p>7. $2^{2x+3} - 3^{x+1} = 4^{x+1} - 3^{x-1}$ Jawab :</p> | <p>8. $2^{x-4} - 5 \cdot 2^{\frac{1}{2}x-3} + 1 = 0$ Jawab :</p> |
| <p>9. $(x^2 - x - 1)^{x^2+4x} = (x^2 - x - 1)^{2x+3}$ Jawab :</p> | <p>10. $2^{2^x-1} - 3 \cdot 2^{2^{x-1}} + 4 = 0$ Jawab :</p> |
| <p>11. $x^{x^2-1} = (x^2 - 2)^{x^2-1}$ Jawab :</p> | <p>12. $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 4^{-x} - 3 \cdot 2^{2-x} + 34 = 0$ Jawab :</p> |

| | |
|---|--|
| <p>13. $4^{x+1} - 5 \cdot 2^{x+1} + 6 = 0$ Jawab :</p> | <p>14. $(x^2 - 4x)^{x-1} = (2x^2 + x - 6)^{x-1}$ Jawab :</p> |
| <p>15. $\frac{4}{3^{3x+1}} = \left(\frac{1}{6}\right)^{5x-10}$ Jawab :</p> | <p>16. $\begin{cases} \frac{6^{3x-y-1}}{2^{3x-y}} = 4\frac{1}{2} \\ 5^{x-y} + 5^{y-x-1} = 1\frac{1}{5} \end{cases}$ Jawab :</p> |

C. Pertidaksamaan Eksponen.

1. Bentuk : $a^{f(x)} < a^{g(x)}$

Penyelesaiannya : a. Untuk $a > 1$ adalah $f(x) < g(x) \rightarrow$ (tanda sama dengan soal)

b. Untuk $0 < x < 1$ adalah $f(x) > g(x) \rightarrow$ (tanda dibalik)

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$2^{x^2-5x-1} \geq \frac{1}{4^{x+2}}$$

Jawab ;

2. Bentuk : $A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + C < 0$ bentuk pertidaksamaan eksponen yang penyelesaiannya menggunakan pemisalan, sehingga soal dapat diubah menjadi pertidaksamaan kuadrat.

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 < 0$$

Jawab :

3. Bentuk : $\{h(x)\}^{f(x)} < \{h(x)\}^{g(x)}$

Penyelesaiannya : 1. $h(x) > 1$ dan (irisan dengan) $f(x) < g(x)$

2. $0 < h(x) < 1$ dan (irisan dengan) $f(x) > g(x)$

3. Jawabanya adalah gabungan dari 1 dan 2

contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

$$(x-1)^{x^2} < (x-1)^{3x}$$

Jawab :

Latihan 3.

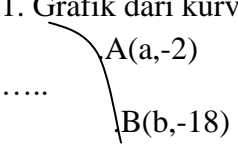
| | |
|--|--|
| <p>1. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-2x-3} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x+7}$ Jawab :</p> | <p>2. $\sqrt[5]{2^x \sqrt[3]{\frac{1}{4^x} \sqrt{8^x}}} < \sqrt[3]{\sqrt{32}}$ Jawab :</p> |
|--|--|

| | |
|---|---|
| <p>3. $2^x + \sqrt{2^{x+4}} > 32$ Jawab :</p> | <p>4. $(5^{x-1} - 2)(5^{x-1} - 4) < 3$ Jawab :</p> |
| <p>5. $2^x + 2^{-x} < 8\frac{1}{8}$ Jawab :</p> | <p>6. $(\frac{1}{2})^x > 10^{-10}$ Jawab :</p> |
| <p>7. $(2x-1)^{x+2} < (2x-1)^{x^2}$ Jawab :</p> | <p>8. $(\frac{1}{25})^{2x-5} < 125^{x-4}$ Jawab :</p> |

| | |
|---|---|
| <p>9. $10 \cdot 2^{x^2-3x-8} \geq 8 \cdot 5^{x^2-3x-9}$ Jawab :</p> | <p>10. $\left(\frac{1}{4}\right)^x < 2^{x^2} \leq \left(\frac{1}{8}\right)^{x-10}$ Jawab :</p> |
|---|---|

Latihan Ulangan

Pilihlah satu jawaban yang benar, dengan memberi tanda “X”.

| | |
|--|--|
| <p>1. Grafik dari kurva $y = 3^x - 3^{x+1}$  Nilai dari $a + b$ adalah a. -4 b. -2 c. 0 d. 2 e. 4</p> | |
| <p>2. x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $\left(\frac{1}{2}\right)^{5x^2-7x+3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{9-3x}$. Nilai dari $x_1 + x_2 - x_1 x_2$ adalah</p> <p>a. -3,2 b. -2,8 c. 2,8 d. 3.1 e. 3,2</p> | |
| <p>3. Akar-akar persamaan $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$ adalah x_1 dan x_2 Maka nilai $x_1 + x_2$ adalah</p> <p>a. -1 b. -1/3 c. 0 d. 1/3 e. 1</p> | |

| | |
|---|--|
| <p>4. $\sqrt[3]{\frac{1}{9^{2x}}} > \frac{(27^x)^2}{81^{x-2}}$ mempunyai penyelesaian adalah</p> <p>a. $x > -\frac{12}{5}$</p> <p>b. $x < -\frac{12}{5}$</p> <p>c. $x > \frac{4}{5}$</p> <p>d. $x > -\frac{4}{5}$</p> <p>e. $x < -\frac{4}{5}$</p> | |
| <p>5. $(3x-16)^{x^2+x-6} = 1$. Jumlah nilai-nilai x yang memenuhi persamaan tersebut adalah</p> <p>a. -1</p> <p>b. $5\frac{2}{3}$</p> <p>c. $9\frac{2}{3}$</p> <p>d. 10</p> <p>e. 15</p> | |
| <p>6. $(\frac{1}{2})^{x^2+2x-30} < \frac{1}{32}$ Mempunyai penyelesaian adalah</p> <p>a. $-5 < x < 7$</p> <p>b. $-7 < x < 5$</p> <p>c. $x < -5$ atau $x > 7$</p> <p>d. $x < 5$ atau $x > 7$</p> <p>e. $x < -7$ atau $x > 5$</p> | |
| <p>7. Himpunan penyelesaian dari $5^{x+3} + 7 \cdot 3^{x+1} = 5^{x+2} + 3^{x+4}$ adalah</p> <p>a. $\{-2, 2\}$</p> <p>b. $\{-3, 3\}$</p> <p>c. $\{-1, 1\}$</p> <p>d. $\{1\}$</p> <p>e. $\{-1\}$</p> | |
| <p>8. $f(x) = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^x$ Jika $f(x) = 1$, maka nilai x yang memenuhi adalah</p> <p>a. $\frac{3}{2}$</p> <p>b. $\frac{2}{3}$</p> <p>c. $\frac{1}{6}$</p> <p>d. ${}^2 \log 3$</p> <p>e. ${}^3 \log 2$</p> | |

| | |
|--|--|
| <p>9. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+3x-16} = \frac{1}{4^{(x-3)}}$ mempunyai penyelesaian ...</p> <p>a. 5 atau 2 b. 5 atau -2 c. 2 atau -5 d. 2 atau -2,5 e. -2 atau 2,5</p> | |
| <p>10. $\left(\frac{1}{125}\right)^{2x-x^2} \leq 5^{x^2-3x+5}$ mempunyai penyelesaian adalah</p> <p>a. $x \leq -1$ atau $x \geq 2,5$ b. $-1 \leq x \leq 2,5$ c. $x \leq -1$ d. $x \geq 2,5$ e. $-1 < x < 2,5$</p> | |
| <p>11. $6 \cdot 2^{x^2-2x-4} + 3 \cdot 2^{x^2-2x-2} - 2^{x^2-2x} = 1$ mempunyai penyelesaian a dan b. Nilai dari $a^2 + b^2$ adalah</p> <p>a. 2 b. 5 c. 10 d. 13 e. 17</p> | |
| <p>12. $\frac{6^{x-2}}{4^{1-x}} = \frac{3^{2x-1}}{2^{3-2x}}$ mempunyai penyelesaian adalah</p> <p>a. -1 b. ${}^2\log 3$ c. ${}^3\log 2$ d. ${}^{\frac{2}{3}}\log 6$ e. ${}^{\frac{3}{2}}\log 6$</p> | |
| <p>13. Nilai x yang memenuhi $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2} < \left(\frac{1}{8}\right)^{6-x}$ adalah</p> <p>a. $x < -6$ atau $x > 3$ b. $x < -3$ atau $x > 6$ c. $-3 < x < 6$ d. $-6 < x < 3$ e. $0 < x < 3$</p> | |

| | |
|---|--|
| <p>14. Himpunan penyelesaian dari $10^{3x} - \frac{14}{10^{3x}} + 5 = 0$ adalah</p> <p>a. {2} b. {-7,2} c. {log2} d. {$\frac{1}{3} \log 2$} e. {$\frac{1}{3} \log 2, \frac{1}{3} \log 7$}</p> | |
| <p>15. $(x^2 - 2x)^{x^2-x} = (x^2 - 2x)^6$. Jumlah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut adalah</p> <p>a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 e. 6</p> | |
| <p>16. Himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} 3^{5x+y-3} = (\frac{1}{3})^{y-2(x+1)} \\ (\frac{1}{5})^{y-7x-5} = 5^{3x+y+7} \end{cases}$ adalah</p> <p>a. {(0,0)} b. {1,1} c. {-1,1} d. {(-1,1)} e. {(1,1)}</p> | |
| <p>17. a dan b adalah akr-akar persamaan dari $27^{x^2-3x-4} = 3^{x^2-2x-3}$, maka nilai $(a - b)^2 - 2ab$ adalah</p> <p>a. $39\frac{1}{4}$ b. $30\frac{1}{4}$ c. $25\frac{1}{4}$ d. $20\frac{1}{4}$ e. $5\frac{1}{4}$</p> | |
| <p>18. $3^{5x^2-6x+1} = 1$ mempunyai penyelesaian pdan q. Jika $p < q$, maka harga dari $p^2 \cdot q$ adalah</p> <p>a. 5 b. 0,2 c. 1 d. 0,1 e. 0,04</p> | |
| <p>19. $\begin{cases} 3^{4x+y} = \frac{1}{243} \\ x^2 + 7y = 25 \end{cases}$ Jumlah nilai x yang memenuhi adalah</p> <p>a. -28 b. -17 c. 28 d. 17 e. 1</p> | |

| | |
|---|--|
| <p>20. Penyelesaian dari $7^x + 3 \cdot 7^{-x} < 4$ adalah</p> <p>a. $x < 1$ atau $x > 3$ b. $1 < x < 3$ c. $x < -1$ atau $x > 4$ d. $0 < x < {}^7\log 3$ e. $x < 0$ atau $x > {}^7\log 3$</p> | |
| <p>21. Himpunan penyelesaian dari $\sqrt{x+1}\sqrt{2^x} = \sqrt{\sqrt{\left[\frac{1}{2}\right]^{x-3}}}$ adalah</p> <p>a. $\{-3, 1\}$ b. $\{1, 3\}$ c. $\{1\}$ d. $\{3\}$ e. $\{-3, -1\}$</p> | |
| <p>22. $\frac{2^{x+2}}{3^{1-x}} = 6^{2x-1}$ mempunyai penyelesaian ...</p> <p>a. $3^6 \log 2$ b. ${}^6\log 2$ c. $3^2 \log 6$ d. $3 \log 6$ e. ${}^2\log 3 - 1$</p> | |
| <p>23. Batas-batas nilai x agar grafik $y = 4^x - 1$ tidak berada di atas grafik $y = 3(2^{x+1} - 3)$ adalah</p> <p>a. $x < 2$ atau $x > 4$ b. $2 < x < 4$ c. $2 \leq x \leq 4$ d. $1 \leq x \leq 2$ e. $x \leq 1$ atau $x \geq 2$</p> | |
| <p>24. Nilai x yang memenuhi $x^{\sqrt{x}} > (\sqrt{x})^x$ adalah</p> <p>a. $0 < x < 1$ atau $2 < x < 4$ b. $1 < x < 4$ c. $1 < x < 6$ d. $x \leq 2$ e. $2 \leq x \leq 3$</p> | |
| <p>25. Nilai x yang memenuhi $4^{(x^2-x-2)} \cdot 2^{(x^2+3x-10)} < \frac{1}{16}$ adalah</p> <p>a. $x < -5$ atau $x > 2$ b. $x < -2$ atau $x > 5/3$ c. $-2 < x < -1$ d. $-2 < x < 5/3$ e. $-5 < x < 2$</p> | |