

## BAB IV

### NOTASI SIGMA DAN INDUKSI MATEMATIKA

#### Pengertian :

Induksi matematika adalah salah satu cara yang digunakan untuk membuktikan suatu rumus (dalil) yang dimulai dari hal yang khusus kehal yang umum.

#### Adapun langkah-langkahnya adalah :

1. rumus dibuktikan benar  $n = 1$  bahwa ruas kiri = ruas kanan
2. rumus dianggap benar  $n = k$
3. rumus dibuktikan benar untuk  $n = k + 1$  rumus dibuktikan benar , yaitu dengan menggunakan rumus pada langkah ke dua dibuktikan ruas kiri hasilnya sama dengan ruas kanan

#### Contoh :

1. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2, \text{ n bilangan asli}$$

Jawab :

- a. Untuk  $n = 1$  rumus dibuktikan benar

$$\text{a. } 1 = 1^2$$

$$\text{b. } 1 = 1^2$$

- b. dianggap benar  $n = k$

$$\text{a. } 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2$$

- c. dibuktikan benar untuk  $n = k + 1$ , yaitu :  $1 + 3 + 5 + \dots + (2(k + 1) - 1) = (k + 1)^2$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2(k + 1) - 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2(k + 1) - 1)$$

$$= k^2 + (2(k + 1) - 1)$$

$$= k^2 + 2k + 2 - 1$$

$$= k^2 + 2k + 1$$

$$= (k + 1)(k + 1)$$

$$= (k + 1)^2 \text{ terbukti}$$

2. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika

$$\frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2.(2n+1)}$$

Jawab :

3. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$3^{2n+2} - 8n - 9 \text{ habis dibagi } 64$$

Jawab :

## Latihan 2

1. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

Jawab :

2. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$\sum_{i=1}^n (i^2 + i + 1) \cdot n! = (n + 1)^2 \cdot n! - 1$$

Jawab :

3. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika bahwa :

$$n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3 \text{ habis dibagi } 9$$

Jawab :

:

4. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$5^{2n+1} + 2^{2n+1} \text{ Habis dibagi } 7$$

Jawab :

5. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Jawab :

6. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

n. (2n - 1). (2n + 1) habis dibagi 3

Jawab :

7. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$\sum_{i=1}^n \frac{n}{(n+1)!} = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$$

Jawab :

8. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$3^{4n+2} + 2 \cdot 4^{3n+1}$  Habis dibagi 17 untuk  $n \geq 1$

Jawab :

9. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$\sum_{i=1}^n n \cdot 2^{n-1} = 1 + (n-1)2^n$$

Jawab :

10. Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika :

$$7^n(3n+1) - 1 \text{ habis dibagi } 9$$

Jawab :

11. Jika  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$  adalah suku-suku barisan aritmetika yang nilainya positif,

Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika bahwa :

$$\frac{1}{U_1 \cdot U_2} + \frac{1}{U_2 \cdot U_3} + \frac{1}{U_3 \cdot U_4} + \dots + \frac{1}{U_{(n-1)} \cdot U_n} = \frac{n-1}{U_1 \cdot U_n}$$

Jawab :

