

**TRIGONOMETRI III**  
**GRAFIK, IDENTITAS DAN PERSAMAAN TRIGONOMETRI**

**1. Identitas**

- a. Sekolah : SMAN 78 Jakarta
- b. Nama Mata Pelajaran : Matematika X (Wajib)
- c. Semester : II / Genap
- d. Kompetensi Dasar : 3.10 Menjelaskan fungsi trigonometri dengan menggunakan lingkaran satuan
- 3.11 Menentukan identitas trigonometri
- 3.12 Menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri
- 4.10 Menganalisis perubahan grafik fungsi trigonometri akibat perubahan pada konstanta pada fungsi  $y = a \sin b(x + c) + d$
- 4.11 Menganalisis identitas trigonometri
- 4.12 Menyelesaikan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri
- e. Indikator Pencapaian Kompetensi :
- 3.10.1 Menentukan grafik fungsi trigonometri
- 3.11.1 Membuktikan identitas trigonometri
- 3.12.1 Menentukan identitas trigonometri
- 4.10.1 Menyelesaikan grafik trigonometri
- 4.11.1 Membuktikan identitas trigonometri
- 4.12.1 Menyelesaikan persamaan trigonometri
- f. Materi Pokok : **Grafik Trigonometri, Identitas dan Persamaan Trigonometri**
- g. Alokasi Waktu : 4 JP
- h. Tujuan Pembelajaran :
- Melalui pembelajaran materi grafik trigonometri diharapkan, peserta didik dapat memperoleh pengertian dari hasil diskusi berdasarkan analisis yang didapat dari penyelesaian perbandingan trigonometri sehingga masalah kontekstual yang berkaitan dengan grafik trigonometri dapat diselesaikan dengan baik dan tepat, sehingga peserta didik dapat mengamalkan masalah nyata dari berbagai sumber mengembangkan **sikap jujur, peduli dan bertanggung jawab serta dapat mengembangkan kemampuan berpikir kritis, berkomunikasi, berkolaborasi dan berkreasi (4C)**
- i. Pengalaman Belajar :
- Mengamati dan mengidentifikasi fakta pada grafik trigonometri serta masalah yang terkait.
  - Mengumpulkan dan mengolah informasi untuk membuat kesimpulan serta menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan grafik trigonometri
  - Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan grafik trigonometri
- j. Materi Pembelajaran :
- Lihat dan baca pada buku teks pelajaran (BTP): Sinaga, Bornok, dkk. 2013. Buku siswa matematika X wajib, Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Kanginan Marthin, dkk.

**2. Peta Konsep**



### 3. Kegiatan Pembelajaran

#### a. Pendahuluan

##### **Tahukah Anda ?**

Gherado (1114 – 1187 M) adalah seorang sarjana Italia yang menterjemahkan kata “Aryabhata” ke kata lain yaitu *sinus* yang artinya melengkung atau melingkar.

**Radian** suatu sudut yang akan dipelajari adalah satuan derajat ( $\dots^\circ$ ). Satu derajat diartikan sebagai  $\frac{1}{360^\circ}$  putaran mengelilingi satu titik tertentu.

$$\frac{1}{360^\circ} \text{ putaran} = 1^\circ$$

$$1 \text{ putaran} = 360^\circ$$

Silahkan kalian lanjutkan pada kegiatan belajar berikut dan ikuti petunjuk yang ada dalam UKB ini.

#### b. Kegiatan Inti

##### 1) Petunjuk Umum UKBM

- Baca dan pahami**, materi pada buku Sinaga, Bornok, dkk. 2013. Buku Siswa Matematika X wajib. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Setelah memahami isi materi dalam bacaan **berlatihlah untuk berfikir tinggi** melalui latihan soal – soal yang terdapat pada UKBM ini baik bekerja sendiri maupun bersama – sama teman sebangku atau teman lainnya.
- Kerjakan UKBM** ini dengan baik pada lembaran ini langsung dan mengisikannya pada bagian yang telah disediakan
- Kalian dapat belajar **bertahap dan berlanjut** melalui kegiatan ayooo berlatih, apabila yakin sudah paham dan mampu menyelesaikan permasalahan dalam kegiatan belajar 1, 2 dan 3. Kalian boleh mengerjakan sendiri atau teman lain yang sudah siap untuk mengikuti tes formatif agar kalian dapat belajar ke UKBM berikutnya.

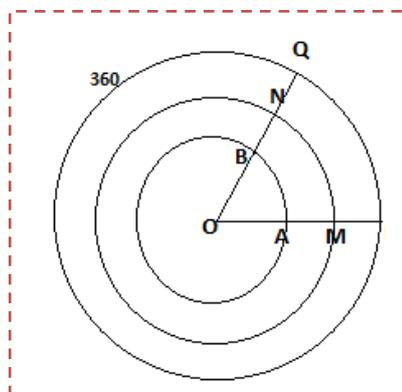
##### 2) Kegiatan Belajar

Ayooo ... ikuti kegiatan belajar dengan penuh kesabaran dan konsentrasi ...yaa

#### Kegiatan Belajar 1

Untuk dapat menyelesaikan, terlebih dahulu anda harus memahami konsep **satuan radian** . Anda akan diarahkan.

Apersepsi :



**Gambar diatas,,,**menunjukkan tiga lingkaran yang kosentris di titik  $O$  . Kita dapat menyusun perbandingan sebagai berikut :  $\frac{\text{busur } AB}{rOA} = \frac{\text{busur } MN}{rOM} = \frac{\text{busur } PQ}{rOP}$  yang nilainya merupakan satuan radian

$\angle AOB$  atau  $\angle MON$  atau  $\angle POQ$  . Jadi ... ukuran radian =  $\frac{\text{busur}}{r}$

Keterangan :  $\text{busur}$  : panjang busur dan  $r$  : jari - jari

## Kegiatan Belajar 2

Setelah kalian mempelajari tentang konsep pada kegiatan belajar 1, berikutnya kalian akan diarahkan untuk mengenal konsep **hubungan antara radian dengan derajat**.

Apersepsi :

*Memahami panjang busur = r pada keliling lingkaran membentuk sudut 1 radian di pusat lingkaran. Keliling lingkaran =  $2\pi$  , berarti keliling lingkaran membentuk sudut  $2\pi$  membentuk sudut  $2\pi$  radian dipusat lingkaran. Sedangkan, sudut pusat lingkaran =  $360^\circ$  maka hubungannya antara radian dan derajat adalah*

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

*Dari  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$  , didapat :*

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,141580564} = 57,296^\circ = 57^\circ 18'$$

*Dari  $180^\circ = \pi \text{ rad}$  , didapat :*

$$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right) \text{ rad} = \left(\frac{3,14}{180}\right) \text{ rad} = 0,017 \text{ rad}$$

*Jadi ,,,*

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$1 \text{ rad} = 57,296^\circ = 57^\circ 18'$$

$$1^\circ = 0,017 \text{ rad}$$

Ayoo beratih ...

1. Nyatakan ukuran derajat berikut dalam radian

- |                 |                |
|-----------------|----------------|
| a. $90^\circ$   | g. $45^\circ$  |
| b. $15^\circ$   | h. $60^\circ$  |
| c. $22,5^\circ$ | i. $210^\circ$ |
| d. $20^\circ$   | j. $240^\circ$ |
| e. $36^\circ$   | k. $315^\circ$ |
| f. $45^\circ$   |                |

2. Nyatakan ukuran radian berikut dalam derajat

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| a. $\frac{1}{5}\pi$ | d. $1\frac{3}{8}\pi$ |
| b. $\frac{5}{3}\pi$ | e. $1\frac{1}{6}\pi$ |
| c. $\frac{2}{3}\pi$ | f. $1\frac{5}{6}\pi$ |

3. Tentukan nilai dari tiap – tiap bentuk berikut

- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| a. $\sin \frac{7}{6}\pi$  | c. $\tan \frac{5}{6}\pi$ |
| b. $\cos \frac{11}{9}\pi$ | d. $\sin \frac{3}{4}\pi$ |

### Kegiatan Belajar 3

**Lukislah** grafik tiap fungsi trigonometri dalam domain  $\{x|0^\circ \leq x \leq 360^\circ\}$

- |                     |                      |                   |
|---------------------|----------------------|-------------------|
| 1) $y = \sin x$     | 6) $y = \cos x$      | 11) $y = \tan x$  |
| 2) $y = -\sin x$    | 7) $y = -\cos x$     | 12) $y = \tan 2x$ |
| 3) $y = \sin 2x$    | 8) $y = \cos 3x$     |                   |
| 4) $y = 2\sin x$    | 9) $y = 3\cos x$     |                   |
| 5) $y = 2 + \sin x$ | 10) $y = 3 - \cos x$ |                   |

**Kerjakanlah** membuat grafik trigonometri pada lembaran kertas berpetak

**Pilihlah** satu jawaban yang benar.

i. Persamaan grafik dibawah ini adalah ...

- A.  $y = \cos x$
- B.  $y = \sin x$
- C.  $y = -\sin x$
- D.  $y = -\cos x$
- E.  $y = \sec x$

C.  $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

D.  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

E.  $y = 2\sin(2x + \pi)$

ii. Persamaan grafik dibawah ini adalah ...

A.  $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

B.  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

iii. Grafik fungsi  $f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$

mempunyai periode ...

A.  $\frac{3\pi}{2}$

D.  $\frac{\pi}{2}$

B.  $\pi$

E.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{2\pi}{3}$

iv. Persamaan kurva  $y = -2\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

dengan  $0 \leq x \leq 2\pi$  akan mencapai maksimum di titik ...

A.  $\left(\frac{3}{4}\pi, -2\right)$       D.  $\left(\frac{1}{12}\pi, 2\right)$

B.  $\left(\frac{1}{4}\pi, -2\right)$       E.  $\left(\frac{1}{12}\pi, -2\right)$

C.  $\left(\frac{7}{12}\pi, 2\right)$

v. Persamaan kurva  $y = \frac{1}{3}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  untuk

$0 \leq x \leq 2\pi$  memiliki titik potong dengan sumbu  $X$  di titik ...

A.  $\left(\frac{1}{9}\pi, 0\right)$       D.  $\left(\frac{2}{3}\pi, 0\right)$

B.  $\left(\frac{1}{6}\pi, 0\right)$       E.  $\left(\frac{5}{6}\pi, 0\right)$

C.  $\left(\frac{1}{3}\pi, 0\right)$

#### 4. PENUTUP

Bagaimana kalian sekarang ?

Setelah kalian belajar bertahap dan berlanjut melalui kegiatan belajar 1, 2 dan 3 berikut akan diberikan table untuk mengukur diri kalian terhadap materi yang sudah kalian pelajari.

Jawab – lah sejujurnya yang terkait dengan penguasaan materi pada UKB ini table berikut.

**Tabel Refleksi Diri Pemahaman Materi**

No	Pertanyaan	Ya	Tidak
1.	Apakah kalian telah memahami grafik, identitas dan persamaan trigonometri ?		
2.	Dapatkah kalian menjelaskan cirri – cirri grafik , identitas dan persamaan trigonometri ?		
3.	Apakah kalian paham untuk tiap tahapan langkah menyelesaikan grafik , identitas dan persamaan trigonometri ?		
4.	Dapatkah kalian menyusun langkah – langkah masalah kontekstual yang berkaitan dengan grafik, identitas dan persamaan trigonometri ?		

Jika menjawab “Tidak” pada salah satu pertanyaan diatas, maka pelajari kembali materi tersebut dalam buku teks pelajaran (BTP) dan pelajari ulang kegiatan belajar 1, 2 dan 3 yang sekiranya perlu kalian ulang dengan bimbingan guru atau teman sejawat. **Jangan putus asa untuk mengulang lagi.**

Dan apabila kalian menjawab “Ya” pada semua pertanyaan maka lanjutkan berikut.

#### Dimana posisi – mu ?

Ukurlah diri kalian dalam menguasai dalam rentang 0 – 100. Tuliskan ke dalam kotak yang tersedia



#### Masalah kontekstual untuk mengasah otak anda

Agar dapat dipastikan bahwa kalian telah menguasai materi aturan sinus, aturan kosinus dan luas segitiga, maka kerjakan soal – soal secara mandiri pada lembar UKBM kalian masing – masing.

#### 4. Kegiatan Pembelajaran

##### a. Pendahuluan

Identitas trigonometri dasar yang menghubungkan satu perbandingan trigonometri dengan trigonometri yang lain.

Silahkan kalian lanjutkan pada kegiatan belajar berikut dan ikuti petunjuk yang ada dalam UKB ini.

##### b. Kegiatan Inti

###### 1) Petunjuk Umum UKBM

- a) **Baca dan pahami**, materi pada buku Sinaga, Bornok, dkk. 2013. Buku Siswa Matematika X wajib. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- b) Setelah memahami isi materi dalam bacaan **berlatihlah untuk berfikir tinggi** melalui latihan soal – soal yang terdapat pada UKBM ini baik bekerja sendiri maupun bersama – sama teman sebangku atau teman lainnya.
- c) **Kerjakan UKBM** ini dengan baik pada lembaran ini langsung dan mengisikannya pada bagian yang telah disediakan
- d) Kalian dapat belajar **bertahap dan berlanjut** melalui kegiatan ayooo berlatih, apabila yakin sudah paham dan mampu menyelesaikan permasalahan dalam kegiatan belajar 1, 2 dan 3. Kalian boleh mengerjakan sendiri atau teman lain yang sudah siap untuk mengikuti tes formatif agar kalian dapat belajar ke UKBM berikutnya.

###### 2) Kegiatan Belajar

Ayooo ... ikuti kegiatan belajar dengan penuh kesabaran dan konsentrasi ...yaa

##### Kegiatan Belajar 1

Identitas trigonometri merupakan kebalikkan :

$$\sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} \quad \text{atau} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

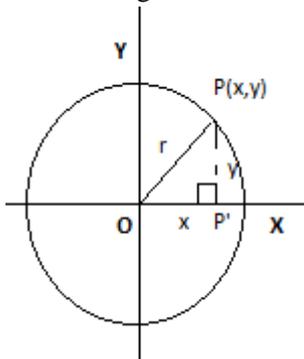
$$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha} \quad \operatorname{sec} \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

Identitas trigonometri merupakan hubungan perbandingan :

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{dan} \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Identitas trigonometri dasar yang diperoleh dari hubungan Pythagoras :



$$(OP)^2 + (PP')^2 = (OP)^2$$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

## Kegiatan Belajar 2

Ayoo Latihan Identitas Trigonometri

**Buktikan** tiap identitas trigonometri berikut.

a.  $\frac{2}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha}$

b.  $\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$

c.  $\tan \alpha \times \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

d.  $1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \sin \alpha$

e.  $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$

f.  $\frac{\sec \alpha - \operatorname{cosec} \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \frac{-1 + \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$

g.  $\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \times \cos \alpha}$

h.  $\frac{\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha \times \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$

### 5. Kegiatan Pembelajaran

#### a. Pendahuluan

Persamaan Trigonometri, suatu **persamaan trigonometri** dapat diselesaikan dengan cara menentukan nilai pengganti  $x$  yang memenuhi persamaan trigonometri tersebut. Nilai pengganti ini mengubah kalimat terbuka menjadi pernyataan yang benar. Nilai pengganti  $x$  bersifat penyelesaian atau akar dari persamaan trigonometri.

Jika  $\sin x^\circ = \sin \alpha^\circ (x \in R)$

$$x = \alpha + k.360^\circ \quad \text{atau} \quad x = (180 - \alpha)^\circ + k.360^\circ \quad (k \in B)$$

Jika  $\cos x^\circ = \cos \alpha^\circ (x \in R)$

$$x = \alpha + k.360^\circ \quad \text{atau} \quad x = (-\alpha)^\circ + k.360^\circ \quad (k \in B)$$

Jika  $\tan x^\circ = \tan \alpha^\circ (x \in R)$

$$x = \alpha + k.180^\circ \quad (k \in B)$$

Silahkan kalian lanjutkan pada kegiatan belajar berikut dan ikuti petunjuk yang ada dalam UKB ini.

#### b. Kegiatan Inti

##### 1) Petunjuk Umum UKBM

- Baca dan pahami**, materi pada buku Sinaga, Bornok, dkk. 2013. Buku Siswa Matematika X wajib. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Setelah memahami isi materi dalam bacaan **berlatihlah untuk berfikir tinggi** melalui latihan soal – soal yang terdapat pada UKBM ini baik bekerja sendiri maupun bersama – sama teman sebangku atau teman lainnya.
- Kerjakan UKBM** ini dengan baik pada lembaran ini langsung dan mengisikannya pada bagian yang telah disediakan
- Kalian dapat belajar **bertahap dan berlanjut** melalui kegiatan ayooo berlatih, apabila yakin sudah paham dan mampu menyelesaikan permasalahan dalam kegiatan belajar 1, 2 dan 3. Kalian boleh mengerjakan sendiri atau

teman lain yang sudah siap untuk mengikuti tes formatif agar kalian dapat belajar ke UKBM berikutnya.

## 2) Kegiatan Belajar

Ayooo ... ikuti kegiatan belajar dengan penuh kesabaran dan konsentrasi ...yaa

### Kegiatan Belajar 1

Latihan, Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan trigonometri ini dalam interval  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

a.  $\sin(x - 10^\circ) = \sin 35^\circ$

b.  $\cos(-2x) = \cos 50^\circ$

c.  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x$

d.  $\tan 5x = \tan 2x$

e.  $\sin 2x - \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0$

f.  $\cos(3x) - \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$

g.  $\sin(x + 30^\circ) - 1 = 0$

h.  $\cot 3x = 1$

i.  $\sec(4x - 45^\circ) = \frac{2}{3}\sqrt{3}$

j.  $\operatorname{cosec}(3x + 20^\circ) = \sqrt{2}$

## 6. Kegiatan Pembelajaran

### a. Pendahuluan

Koordinat Kutub

Silahkan kalian lanjutkan pada kegiatan belajar berikut dan ikuti petunjuk yang ada dalam UKB ini.

### b. Kegiatan Inti

#### 1) Petunjuk Umum UKBM

- Baca dan pahami**, materi pada buku Sinaga, Bornok, dkk. 2013. Buku Siswa Matematika X wajib. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
- Setelah memahami isi materi dalam bacaan **berlatihlah untuk berfikir tinggi** melalui latihan soal – soal yang terdapat pada UKBM ini baik bekerja sendiri maupun bersama – sama teman sebangku atau teman lainnya.
- Kerjakan UKBM** ini dengan baik pada lembaran ini langsung dan mengisikannya pada bagian yang telah disediakan
- Kalian dapat belajar **bertahap dan berlanjut** melalui kegiatan ayooo berlatih, apabila yakin sudah paham dan mampu menyelesaikan permasalahan dalam kegiatan belajar 1, 2 dan 3. Kalian boleh mengerjakan sendiri atau teman lain yang sudah siap untuk mengikuti tes formatif agar kalian dapat belajar ke UKBM berikutnya.

#### 2) Kegiatan Belajar

Ayooo ... ikuti kegiatan belajar dengan penuh kesabaran dan konsentrasi ...yaa

### Kegiatan Belajar 1

