

## BAB V

Indikator : \* Menjelaskan ciri-ciri matriks

- \* Menulis informasi dalam bentuk matriks
- \* Melakukan operasi aljabar atas dua matriks
- \* Menentukan determinan matriks persegi ordo 2 dan kaitannya dengan matriks mempunyai invers.
- \* Membuktikan rumus invers matriks ordo 2.
- \* Menentukan invers matriks persegi ordo 2
- \* Menjelaskan sifat-sifat operasi matriks.

Indikator : \* Menentukan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dengan invers matriks

- \* Menjelaskan sifat-sifat matriks yang digunakan dalam menentukan penyelesaian sistem persamaan linier.
- \* Menentukan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dengan determinan matriks
- \* Menentukan determinan matriks persegi ordo 3
- \* Menentukan penyelesaian sistem persamaan tiga variabel dengan determinan matriks

### A. Pengertian Matriks

Matriks adalah susunan bilangan yang berbentuk persegi panjang dan diatur dalam baris dan kolom (diberi nama dengan huruf besar)

**Ordo matriks** :  $m \times n$  : banyaknya baris (m) diikuti banyaknya kolom (n)

**Contoh :**

$$\text{Matriks P} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Banyak baris : ... dan banyak kolom = ....., maka ordo matriks P adalah .....x.....

**Operasi aljabar dalam matriks :**

1. Dua matriks sama bila dan hanya bila ordo ke dua matriks tersebut sama dan elemen yang seletak bernilai sama

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{9} \\ 0 & \log 0,01 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3^0 \\ 0 & \sqrt{4} \end{pmatrix}$$

Maka  $A \dots B$ ,  $A \dots C$ , dan  $B \dots C$

2. Transpos matriks A ditulis :  $A^t$  atau  $A'$  adalah matriks yang diperoleh dengan cara membuat elemen-elemen baris ke i dari matriks A menjadi kolom ke I pada matriks

transposnya. (jika  $A_{m \times n}$  maka  $A^t_{n \times m}$ ) . sifat transpos matriks  $(A^t)^t = A$

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ maka transpos matriks A adalah } A^t = \begin{pmatrix} \dots 1 \dots & \dots -1 \dots & \dots 3 \dots \\ \dots -2 \dots & \dots 2 \dots & \dots 1 \dots \end{pmatrix}$$

3. Penjumlahan dan pengurangan dua matriks hasilnya matriks yang diperoleh dengan cara menjumlah (mengurangkan) elemen-elemen yang seletak antara kedua matriks tersebut. Sifat penjumlahan :  $A + B = B + A$

Contoh :

$$\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 + (-4) - 3 & -2 + 3 - (-2) \\ -1 + (-3) - (-4) & -5 + 1 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

4. Perkalian matriks dengan bilangan real k hasilnya matriks yang diperoleh dengan cara mengalikan semua elemen matriks dengan bilangan k

Contoh:

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ..4.. & ..12.. \\ ..0.. & ..-8.. \end{pmatrix}$$

**Latihan 1**

<p>1. Diketahui matriks <math>A = \begin{pmatrix} 4 &amp; -3 \\ 3 &amp; -2 \\ 1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>a. Tentukan banyaknya baris?          b. Tentukan banyaknya kolom?          c. Tentukan ordo matriks A?          d. Tentukan elemen baris ke dua ?          e. Tentukan elemen <math>a_{3,1}</math> (elemen baris ketiga dan kolom ke satu )?</p>	<p>2. <math>A = \begin{pmatrix} 2a-1 &amp; b+3 \\ 4 &amp; 3a+c \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} 3 &amp; -4 \\ \sqrt{16} &amp; 1 \end{pmatrix}</math>          jika <math>A = B</math>, tentukan nilai a, b, dan c ?          Jawab :</p>
<p>3. Jika matriks <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ -3 &amp; -1 \\ -4 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>, tentukan transpose matriks A ?          Jawab :</p>	<p>4. <math>3 \begin{pmatrix} -1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 0 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 3 &amp; -2 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix} = \dots</math>          Jawab :</p>
<p>5. Diketahui <math>A = \begin{pmatrix} 2x+3 &amp; 5 \\ -1 &amp; x+y \end{pmatrix}</math>,  <math>B = \begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 4 &amp; 3x+7 \end{pmatrix}</math>, dan <math>C = \begin{pmatrix} y-2 &amp; -3 \\ 5 &amp; 2y-5 \end{pmatrix}</math>,          Jika <math>A + B = C</math>. Tentukan nilai x dan y</p>	<p>6. Diketahui <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 \\ 4 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 5 \\ -1 &amp; 3 \\ 2 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>,          dan <math>C = \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 \\ -3 &amp; 1 \\ 3 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Jika <math>3A-5B+D=2C</math>.          Tentukan matrik D</p>

<p>7. <math>\begin{pmatrix} 2x-1 &amp; 3 \\ -1 &amp; y+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y &amp; 1 \\ -2 &amp; x+1 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>  Tentukan nilai <math>y - x</math> ?  Jawab :</p>	<p>8. Jika <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, maka  <math>2A' - 3B = \dots</math></p>

5. Perkalian dua matriks A dan B

A x B dapat dikalikan bila banyak kolom matrik A sama dengan banyak baris matrik B

Jika  $A_{m \times n} \times B_{n \times p} =$  matriks  $C_{m \times p}$  ;

dengan elemen  $c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + a_{i3} \cdot b_{3j} + \dots + a_{in} \cdot b_{nj}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + \dots + a_{1n}b_{n1} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} + \dots + a_{1n}b_{n2} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} + \dots + a_{2n}b_{n1} & \dots \end{pmatrix}$$

**sifat Perkalian Matriks :**

- $A \cdot B \neq B \cdot A$
- $A \cdot (B \pm C) = A \cdot B \pm A \cdot C$
- $(B \pm C) \cdot A = B \cdot A \pm C \cdot A$
- $(A \cdot B)' = B' \cdot A'$
- $A^2 = A \cdot A$

Contoh :

$$1. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \dots 2 \cdot x \cdot 1 \dots + \dots -1 \cdot x \dots - 2 \dots + \dots 1 \dots x \dots - 1 \dots & \dots 1 \cdot x \cdot 2 \dots + \dots -1 \cdot x \dots - 3 \dots + \dots 1 \cdot x \cdot 1 \dots \\ \dots - 2 \cdot x \cdot 1 \dots + \dots 4 \cdot x \dots - 2 \dots + \dots 3 \cdot x \dots - 1 \dots & \dots - 2 \cdot x \dots 2 \dots + 4 \cdot x \dots - 3 \dots + \dots 3 \cdot x \cdot 1 \dots \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \dots \dots n$$

**Latihan 2.**

<p>1. Selesaikan <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 0 \\ -1 &amp; 3 &amp; -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>Jawab :</p>	<p>2. Jika <math>A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = (4 \ -2 \ 1)</math></p> <p>Tentukan a. <math>A \times B</math> b. <math>B \times A</math></p> <p>Jawab :</p>
<p>3. Diketahui <math>A = \begin{pmatrix} -2 &amp; 3 \\ 1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, dan <math>B = \begin{pmatrix} -1 &amp; 4 &amp; 2 \\ 3 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Tentukan hasil dari <math>A^2 \cdot B</math></p>	<p>4. Diketahui <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; a+1 &amp; 1 \\ -1 &amp; 1 &amp; b-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; 5 \\ 0 &amp; 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 &amp; -6 \\ -1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Tentukan nilai a dan b</p>

5. Diketahui  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$  dan  
 $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ . Jika  $2X+3A=AB$ . Tentukan  
 matriks X.

6. Jika  $A = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  maka Tentukan hasil dari  
 $4A^3 - 3A^2 - 2A$

7. jika  $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 13 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$   
 Tentukan matriks X ?

8. Diketahui  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B =$   
 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ , dan  
 $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ , Bila  $F(x,y,z) = 2x - 3y + z$   
 Tentukan  $f(A - 2B, 3C, B + A - 2C)$  ?

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Tentukan  $A.A^t - B^t.B + 2C^t.C$ ?

Jawab :

$$10. A = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}. \text{ Tentukan hasil dari}$$

$$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{45} + A^{46} + A^{47}?$$

Jawab :

$$11. \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} -8 & 10 \\ -8 & 3 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}$$

Tentukan matriks A dan determinan A?

Jawab :

$$12. \begin{pmatrix} a+1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & b-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & c \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai a, b, dan c?

Jawab :

5. Determinan matrik persegi

Determinan matrik  $A = \text{Det } A = |A|$  adalah hasil penjumlahan elemen matriks dalam satu baris (satu kolom) yang dikalikan dengan kofaktornya.

Determinan matrik ordo  $2 \times 2$  :  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah :  $\text{Det } A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$

Determinan matrik ordo  $3 \times 3$  :  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a(ei + bfg + cdh) - (gec + hfa + idb)$

**Sifat-sifat determinan matriks**

- $\text{Det } A = \text{Det } A^t$
- Jika salah satu baris atau kolom dari matriks  $A$  dikalikan  $k$  maka determinannya menjadi  $: k \cdot \text{Det } A$
- Matriks singular adalah matriks yang mempunyai determinan nol atau tidak mempunyai invers
- Jika baris ke- $i$  ditukarkan dengan baris ke- $j$  atau kolom ke- $m$  ditukarkan dengan kolom ke- $n$ , maka determinannya menjadi  $(-1) \times$  determinan semula
- Apabila baris ke- $i$  ditambah  $k$  dikali baris ke- $j$  atau kolom ke- $m$  ditambah  $k$  kali kolom ke- $n$ , maka tidak mengubah determinan matriks (operasi baris/kolom tidak mengubah nilai determinan)

Contoh :

1. Tentukan determinan dari matriks :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Jawab :

2. Jika  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 6$ . Tentukan nilai dari

$$\text{a. } \begin{vmatrix} d & e & f \\ a & b & c \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad \text{b. } \begin{vmatrix} 2a & 2b & 10c \\ d & e & 5f \\ g & h & 5i \end{vmatrix} \quad \text{c. } \begin{vmatrix} a & b & c \\ d-2a & e-2b & f-2c \\ g+a & h+b & i+c \end{vmatrix} \quad \text{d. } \begin{vmatrix} a+3c & b & c-2b \\ d+3f & e & f-2e \\ g+3i & h & i-h \end{vmatrix}$$

Jawab :

6. Invers Matriks ordo 2x2 :  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  adalah :  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Invers Matriks ordo 3x3 :  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  adalah  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{pmatrix}^t$

**Sifat-sifat invers matriks :**

- a.  $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$
- b.  $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I$  : matriks identitas
- c. Jika  $A.B = I$  maka  $A^{-1} = B$  atau  $B^{-1} = A$
- d. Jika  $A.B = C$  maka  $A = C.B^{-1}$  atau  $B = A^{-1}.B$
- e.  $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$

Contoh :

Tentukan invers dari matriks :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Jawab :

8. Sistem persamaan linier

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2 \end{aligned} \text{ dapat ditulis dalam bentuk matriks } \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

dan dapat diselesaikan dengan menggunakan :

a. Determinan matriks :  $x = \frac{D_x}{D}$  dan  $y = \frac{D_y}{D}$

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad \text{dan } D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$



b Invers matriks : 
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \cdot \begin{pmatrix} b_2 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

Contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 5y + 4x = 3 \end{cases}$  dengan Determinan matriks dan menggunakan invers matriks

Jawab :

### Latihan 3

<p>1. <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ -4 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>Tentukan determinan matriks A dan B? Jawab :</p>	<p>2. <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ -4 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>Tentukan invers matriks A dan B? Jawab :</p>
--	--

<p>3. Sistem persamaan <math>2x - 3y + 2 = 0</math> dan <math>5y - 4x - 4 = 0</math>.</p> <p>a. Tentukan <math>D</math>, <math>D_x</math>, dan <math>D_y</math></p> <p>b. Tentukan penyelesaian persamaan tersebut dengan menggunakan determinan?</p>	<p>4. Sistem persamaan : <math>x + 2y + 3z = 4</math>, <math>2x + 5y + 3z = 5</math>, dan <math>x + 8z = 9</math>.</p> <p>a. Tentukan <math>D</math>, <math>D_x</math>, <math>D_y</math>, dan <math>D_z</math>?</p> <p>b. Tentukan nilai <math>y</math>?</p>
<p>5. Jika <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} -2 &amp; 6 \\ 4 &amp; -8 \end{pmatrix}</math></p> <p>Tentukan matriks <math>A</math>?</p> <p>Jawab :</p>	<p>6. Jika <math>B \cdot \begin{pmatrix} 2 &amp; 4 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 &amp; 6 \\ 4 &amp; -8 \end{pmatrix}</math></p> <p>Tentukan matriks <math>B</math>?</p> <p>Jawab :</p>
<p>7. <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; 1 &amp; 2x+1 \\ -3 &amp; x &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; x-2 \end{pmatrix}</math> adalah matriks singular, tentukan jumlah nilai <math>x</math> yang mungkin?</p> <p>Jawab :</p>	<p>8. <math>\begin{vmatrix} 3 &amp; 1 &amp; 2x+1 \\ -3 &amp; x &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; x-2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-1 &amp; 2-x \\ -1 &amp; 2 \end{vmatrix}</math>.</p> <p>Tentukan jumlah kuadrat nilai <math>x</math> yang memenuhi?</p> <p>Jawab :</p>

$$9. \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}'$$

Tentukan elemen baris kedua dan kolom

pertama matriks X ?

Jawab :

10. Jika diketahui

$$X \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Tentukan  $X' \cdot X^{-1}$  ?

Jawab :

11. Buktikan !

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x^2 & y^2 & 1 \\ x^3 & y^3 & 1 \end{vmatrix} = xy(x-1)(y-1)(y-x)$$

Jawab :

12. Buktikan !

$$\begin{vmatrix} a^3 & b^3 & c^3 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \end{vmatrix} = abc(b-a)(c-a)(b-c)$$

Jawab :

13. Sistem persamaan  $u = ax + by$  dan  $v = cx + dy$  mempunyai penyelesaian  $x$  dan  $y$  sehingga  $x = pu + qv$  dan  $y = ru + sv$ , Tentukan hasil dari

$$\begin{pmatrix} a & q \\ r & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Jawab :

14. Sistem persamaan  $2x - 3y + 2 = 0$  dan  $5y - 4x - 4 = 0$ .

Dapat dinyatakan dalam  $\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

Tentukan matriks A ?

Jawab :

15.  $A = \begin{pmatrix} 2a-1 & b+3 \\ 4 & 3a+b \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Jika  $A^{-1} = B'$ , tentukan nilai b?

Jawab :

## Latihan Ulangan

<p>1. Matriks adalah susunan bilangan yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk .....</p> <p>a. segitiga b. segi enam beraturan c. jajaran genjang d. layang-layang e. persegi panjang</p>	<p>2. Di bawah ini yang merupakan matriks diagonal adalah .....</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>    b. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>    c. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>d. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>    e. (1 1 1)</p>
<p>3. A, B, dan C adalah matriks bukan nol, jika <math>ACB = B - A</math>, maka <math>C =</math></p> <p>a. <math>A^{-1} + B^{-1}</math> b. <math>(AB)^{-1}</math> c. <math>(A + B)^{-1}</math> d. <math>A^{-1} - B^{-1}</math> e. <math>(A + B)^t</math></p>	<p>4. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; -2 \\ -1 &amp; -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 &amp; 3 \\ -3 &amp; 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 &amp; -2 \\ -4 &amp; -1 \end{pmatrix} =</math></p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ 0 &amp; -3 \end{pmatrix}</math>    b. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ -1 &amp; -3 \end{pmatrix}</math>    c. <math>\begin{pmatrix} -5 &amp; 3 \\ -1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>d. <math>\begin{pmatrix} -5 &amp; 3 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>    e. <math>\begin{pmatrix} 5 &amp; 3 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p>
<p>5. Nilai ulangan Amir adalah : Mat = 6, Ekonomi = 8 dan sosiologi = 7. sedangkan nilai ulangan Mira adalah : Mat = 8, Ekonomi = 7, dan sosiologi = 6. Bentuk penulisan matriks dari keterangan tersebut adalah:</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 6 &amp; 8 &amp; 7 \\ 7 &amp; 8 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>    d. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; 7 &amp; 6 \\ 7 &amp; 8 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; 7 &amp; 6 \\ 6 &amp; 8 &amp; 7 \end{pmatrix}</math>    e. <math>\begin{pmatrix} 7 &amp; 6 &amp; 8 \\ 8 &amp; 6 &amp; 7 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 7 &amp; 6 &amp; 8 \\ 6 &amp; 7 &amp; 8 \end{pmatrix}</math></p>	<p>6. <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, maka <math>2A^t - 3B = \dots</math></p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} -8 &amp; 6 \\ 12 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>    b. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; 12 \\ 6 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>    c. <math>\begin{pmatrix} 11 &amp; -2 \\ -5 &amp; -9 \end{pmatrix}</math></p> <p>d. <math>\begin{pmatrix} -4 &amp; 1 \\ 1 &amp; 9 \end{pmatrix}</math>    e. <math>\begin{pmatrix} 11 &amp; 2 \\ -5 &amp; 9 \end{pmatrix}</math></p>
<p>7. <math>A = \begin{pmatrix} a-b &amp; -1 &amp; b+a \\ c-b &amp; 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ -1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> Jika <math>A^t = B</math> maka nilai c-a-b adalah...</p> <p>a. 0 b. 1 c. 2 d. -1 e. -</p>	<p>8. Hasil <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; -1 &amp; 1 \\ -2 &amp; -2 &amp; 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 &amp; -2 \\ -2 &amp; -3 \\ -1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> adalah.....</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ -3 &amp; 9 \end{pmatrix}</math>    d. <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; 0 \\ -1 &amp; 13 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 3 &amp; -9 \end{pmatrix}</math>    e. <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; 1 \\ 0 &amp; 9 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 0 &amp; 4 \\ -5 &amp; 9 \end{pmatrix}</math></p>

<p>9. <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 3 \\ -1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} -5 &amp; 0 \\ -2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> Jika <math>2A - 3C = 4B</math> maka matriks C adalah...</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; 6 \\ 6 &amp; -12 \end{pmatrix}</math>      d. <math>\begin{pmatrix} -1 &amp; 0 \\ 1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>      e. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; 2 \\ 2 &amp; -4 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; 2 \\ 2 &amp; -3 \end{pmatrix}</math></p>	<p>10. Jika <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ -1 &amp; 0 &amp; -2 \end{pmatrix}</math> maka matriks dari <math>A^2</math> adalah..</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 1 \\ 4 &amp; -1 &amp; -2 \\ 1 &amp; 1 &amp; 5 \end{pmatrix}</math>      d. <math>\begin{pmatrix} 4 &amp; 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; -2 \\ 1 &amp; 5 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>b. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 1 \\ 4 &amp; 2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 5 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>      e. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 1 \\ 4 &amp; 1 &amp; -2 \\ 1 &amp; 0 &amp; 5 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; -1 \\ 4 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p>
<p>11. Matriks <math>\begin{pmatrix} 5 &amp; 1 \\ -2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> nilai determinan dari <math>A^t</math> adalah...</p> <p>a. 17 b. -30 c. 13 d. 7 e. -13</p>	<p>12. <math>\begin{vmatrix} x-1 &amp; x \\ 3 &amp; x+2 \end{vmatrix} = 8</math> Nilai x adalah...</p> <p>a. -5 atau 3 b. 3 atau -1 c. -5 atau 1 d. 5 atau -1 e. 1 atau 5</p>
<p>13. Matriks <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> deteminan dari <math>A^t \cdot A</math> adalah...</p> <p>a. 45 b. 48 c. 49 d. 50 e. 25</p>	<p>14. Matriks A berordo 3x3 dan mempunyai determinan 2, maka detrminan dari matriks <math>(2A)</math> adalah...</p> <p>a. 16 b. 12 c. 18 d. 36 e. 5</p>
<p>15. Invers dari matriks <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 2 \\ -4 &amp; -3 \end{pmatrix}</math> adalah..</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} -3 &amp; 2 \\ 4 &amp; -3 \end{pmatrix}</math>      d. <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; -4 \\ 2 &amp; -3 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>A^2</math> c. <math>A^t</math>      e. A</p>	<p>16. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 3 \\ 4 &amp; 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 6 &amp; 2 \\ 0 &amp; -4 \end{pmatrix}</math> Elemen baris ke dua dan kolom ke dua dari matriks A adalah...</p> <p>a. -8 b. -11 c. -15 d. 8 e. 12</p>

<p>17. <math>A = \begin{pmatrix} a-1 &amp; 2 \\ a+b &amp; c \end{pmatrix}</math> dan <math>B = \begin{pmatrix} -2 &amp; -1 \\ 4 &amp; 3 \end{pmatrix}</math></p> <p>Jika <math>A^{-1} = B'</math>, maka nilai <math>b+c</math> adalah ...</p> <p>a. -2 b. -1 c. 0 d. 1 e. 2</p>	<p>18. <math>P \cdot \begin{pmatrix} 3 &amp; 2 \\ 4 &amp; 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 &amp; 5 \\ -5 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>. Matriks P adalah .....</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; -1 \\ 1 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>      d. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ -1 &amp; -2 \end{pmatrix}</math> b. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ -2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>      e. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 1 &amp; -2 \end{pmatrix}</math> c. <math>\begin{pmatrix} -2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math></p>
<p>19. <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; -2 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} 2 &amp; 3 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 \\ -2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>A adalah matriks 2x2, determinan matriks A adalah...</p> <p>a. 5 b. 4 c. 3 d. 2 e. 1</p>	<p>20. Nilai dari <math>\begin{vmatrix} 2 &amp; -1 &amp; 3 \\ 3 &amp; 1 &amp; -1 \\ -1 &amp; -2 &amp; 1 \end{vmatrix}</math> adalah .....</p> <p>a. -19 b. -15 c. 15 d. 19 e. 20</p>
<p>21. <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 2 &amp; 1 \\ -1 &amp; x+1 &amp; x \\ 3 &amp; x-1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math> Jika matriks A adalah merupakan matriks singular, maka nilai x adalah....</p> <p>a. 0 atau 1 b. -1 atau 1 c. 0 atau -1 d. 2 atau 1 e. 0 atau 2</p>	<p>22. <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 4 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> dan I adalah matriks identitas. Jika <math>A - mI</math> adalah matriks singular maka nilai m adalah...</p> <p>a. 5 atau -1 b. 1 atau 5 c. -5 atau -1 d. 1 atau -5 e. 0 atau 5</p>
<p>23. Matriks <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ 0 &amp; 3 &amp; 1 \\ 1 &amp; 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> jumlah elemen-elemen baris pertama dari invers matriks A adalah...</p> <p>a. -2 b. -1 c. 0 d. 1 e. 2</p>	<p>24. Dari persamaan <math>x - 3y = 5</math> dan <math>2y = x</math>, nilai x dan y dapat dinyatakan ...</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 &amp; -3 \\ -1 &amp; -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}</math> b. <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 &amp; 3 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}</math> c. <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 &amp; -3 \\ -1 &amp; 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}</math> d. <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 &amp; 3 \\ 1 &amp; -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}</math> e. <math>\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 &amp; -3 \\ -2 &amp; 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p>

<p>25. Diketahui <math>2x - 3y = 1</math> dan <math>x + 2y = 4</math>, maka nilai <math>3D - 2Dx + Dy</math> adalah ....</p> <p>a. 14 b. 7 c. -14 d. -7 e. -21</p>	<p>26. Dari persamaan <math>2x - y + z = 1</math>, <math>y - x + 2z = 2</math>, dan <math>z - 2x - y = 3</math>, maka nilai dari <math>Dx</math> adalah ...</p> <p>a. 6 b. 8 c. 14 d. -8 e. -6</p>
<p>27. Diketahui <math>x - 2y + z = 0</math>, <math>2x - z = -1</math>, dan <math>2z - y = 4</math>. Bila <math>z = \frac{a}{\begin{vmatrix} 1 &amp; -2 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 &amp; -1 \\ 0 &amp; -1 &amp; 2 \end{vmatrix}}</math> maka nilai <math>a</math> adalah .....</p> <p>a. 15 b. 10 c. 5 d. -5 e. -15</p>	<p>28. Matriks <math>A = \begin{pmatrix} -5 &amp; 7 \\ -3 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> maka <math>4A^3 - 3A^2 - 2A</math> adalah .....</p> <p>a. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; -7 \\ 3 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>    b. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 7 \\ -3 &amp; 11 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; -7 \\ -3 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>    d. <math>\begin{pmatrix} -8 &amp; -7 \\ 3 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>    e. <math>\begin{pmatrix} 8 &amp; -7 \\ 3 &amp; 11 \end{pmatrix}</math></p>
<p>29. <math>A \cdot \begin{pmatrix} 2 &amp; 0 &amp; -4 \\ 3 &amp; -2 &amp; 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 &amp; -6 &amp; 14 \\ 1 &amp; 2 &amp; -14 \end{pmatrix}</math> elemen baris ke dua dan kolom pertama matriks <math>A</math> adalah ...</p> <p>a. -2 b. -1 c. 0 d. 1 e. 2</p>	<p>30. Jika matriks <math>A_{2 \times 2}</math>, matriks <math>B_{2 \times 3}</math>, dan matriks <math>C_{3 \times 2}</math>, maka operasi berikut yang dapat dikerjakan adalah .....</p> <p>a. <math>A - 3B + 2C</math> b. <math>A^{-1} + (CB)^t</math> c. <math>CB + A^t</math> d. <math>3A^t - 2(BC)^{-1}A</math> e. <math>BA + C^t</math></p>