

LIMIT TAK HINGGA FUNGSI ALJABAR

A. Limit fungsi untuk x mendekati tak hingga atau $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

1. Limit fungsi untuk x mendekati tak hingga bentuk $\frac{k}{\infty} = 0$ dan $\frac{\infty}{\infty} = \text{tak tentu}$

(*catatan* : $k \times \infty = \infty$, $\infty \pm k = \infty$, $\infty^k = \infty$, jika $0 < k < 1$ maka $k^\infty = 0$, dan jika $k > 1$, maka $k^\infty = \infty$, k adalah bilangan real positif)

a. Perhatikan fungsi $f(x) = \frac{1}{x}$

x	1	2	3	10	100	100.000	\sim
$F(x)$	1	1/2	1/3	1/10	1/100	1/100.000	0

Dengan memperhatikan tabel-tabel diatas dapat disimpulkan bahwa : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

b. Perhatikan fungsi $f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$

x	9	99	9,999	9,999	99,999	999,999	9,999,999
$F(x)$	0.5483871	0.6544850	0.6665444	0.6665444	0.6666544	0.6666654	0.6666665 $\approx \frac{2}{3}$

Dengan demikian $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{3x+4} = 2/3$

c. Perhatikan fungsi $f(x) = \frac{x^2+1}{5x+4}$

x	99	9,999	9,999	99,999	999,999	9,999,999
$F(x)$	19.64	1,999.64	1,999.64	19,999.64	199,999.64	1,999,999.64

Dengan demikian $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{5x+4} = \infty$ (tak hingga)

Penyelesaian Limit fungsi untuk x mendekati tak hingga bentuk : $\frac{\infty}{\infty}$ atau $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ adalah

dengan membagi x pangkat tertinggi atau nilai tertinggi dari suku-sukunya atau dengan menggunakan kesimpulan bahwa :

- Jika pangkat tertinggi $f(x) =$ pangkat tertinggi $g(x)$ maka : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots$
- Jika pangkat tertinggi $f(x) >$ pangkat tertinggi $g(x)$, maka : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots\dots$
- Jika pangkat tertinggi $f(x) <$ pangkat tertinggi $g(x)$, maka : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots\dots$

Contoh :
Selesaikan

<p>1. $\lim_{x \rightarrow \infty} 4 - 5x = \dots$</p>	<p>2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 2x + 1} = \dots$</p>
---	---

3. $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{2^{x+1} + 3^x - 5}{3^{x-1} - 2^x + 7} = \dots$	4. $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{5x - 2}{8x + 1} = \dots$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x + 1} = \dots$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 - 1)(1 + 2x^2)}{(1 - 2x)^4} = \dots$

2. **Limit fungsi untuk x mendekati tak hingga bentuk : $\infty - \infty = \text{tak tentu}$**
 Penyelesaian limit bentuk $\infty - \infty$ dengan cara mengalikan dengan bentuk sekawannya
 (tidak mengubah nilainya) sehingga menjadi bentuk $\frac{\infty}{\infty}$

Contoh :

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3x - 1} - \sqrt{3x + 5}$	2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3x + 5} - \sqrt{x - 3}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1})$	4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - 2x + 3)$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 - x + 6} - \sqrt{9x^2 + 4x + 1})$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 + x^2 + 3} - \sqrt[3]{8x^3 + 5x^2 + x})$

Dari Contoh di atas dapat diambil kesimpulan bahwa :

- Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax + b} - \sqrt{px + q}) = L$
 Jika $a > p$, maka $L = \sim$
 Jika $a = p$, maka $L = 0$
 Jika $a < p$, maka $L = -\sim$
- Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r}) = L$
 Jika $a > p$ maka $L = \sim$
 Jika $a = p$ maka $L = \frac{b - q}{2\sqrt{a}}$
 Jika $a < p$ maka $L = -\sim$
- Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots} - \sqrt[n]{px^n + qx^{n-1} + rx^{n-2} + \dots}) = L$
 Jika $a > p$ maka $L = \sim$
 Jika $a = p$ maka $L = \frac{b - q}{n \cdot \sqrt[n]{a^{n-1}}}$
 Jika $a < p$ maka $L = -\sim$

Latihan 1
Selesaikan!

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-1)(1-2x)^3}{x^2(x+3x^2)} = \dots$	2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 - 2\sqrt{a^2x^4 - 1}}{3 + ax^2} = \dots$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{(1-3x)(x+2)} = \dots$	4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)(2x-1)^3}{(x-6)(x+1)^3} = \dots$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - \sqrt{1+9x^2}}{2x+1} = \dots$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2+1} - 3}{3x} = \dots$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 3}{2x^2 - x - 1} = \dots$	8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-x)(2x+1) + x^2 + x + 1}{x\sqrt{9x^2 + 2x + 1} - 2x - 1} = \dots$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^2(x-1)^2}{x^2(x^2+3)} = \dots$	10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1/3)^x + 3}{(1/3)^x - 1} = \dots$
11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 2\sqrt{x^4 - 3x + 1}}{1 + x^2 - 5x^4} = \dots$	12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^{x+2} - 2}{7^x + 1} = \dots$

<p>13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2(1-x)^3}{(x^2+1)(x-2)} = \dots$</p>	<p>14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-1)(2x+3)}{(5x-3)(4x+5)} = \dots$</p>
<p>15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{4a^2x^2-3}}{1-ax} =$</p>	<p>16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^{2+x} + 1}{5 - 2^{2x-1}} =$</p>
<p>17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3(a-bx)^2 + 1}{(ax+1)^3 + 2} =$</p>	<p>18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{5-2x} + 2^{-1}}{2^{10-4x} - 2^{-2}} =$</p>
<p>19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{x+2} - 5}{5^x - 3} = \dots$</p>	<p>20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^2-1} - 5}{5x} =$</p>
<p>21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{x-3} - \frac{1}{x+3} \right) =$</p>	<p>22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x^2+1} - \frac{3}{x-1} \right) =$</p>

<p>23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 3\sqrt{4x^2 - 1}}{\frac{1}{2}x^2 + 3} =$</p>	<p>24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x + 1}{2x + 3} - x + 1 \right) =$</p>
<p>25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x - 1} - (x + 2) \right) =$</p>	<p>26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 3}{\sqrt{x^2 + 1}} =$</p>

Latihan 2
Selesaikan

<p>1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{25x^2 - 5x + 10} - (5x - 3)$</p>	<p>2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{x^2 + 2x - 3} =$</p>
<p>3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x + 3} - \sqrt{2x - 1} =$</p>	<p>4. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \sqrt{2x - 3} - \sqrt{2x + 1} =$</p>
<p>5. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{9x + 5} - 2\sqrt{9x - 2} =$</p>	<p>6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + x - 1} - \sqrt{4x^2 - x + 3} =$</p>

<p>7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{6x+4} - 3 - \sqrt{6x-1} =$</p>	<p>8. $\lim_{x \rightarrow \infty} x - 1 - \sqrt{x^2 + 3x - 2} =$</p>
<p>9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax+5} - (a^2 + \sqrt{ax+1}) =$</p>	<p>10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 1} + 3 - \sqrt{x^2 + x - 4} =$</p>
<p>11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^2 + 5x + 1} - 3x + 2 =$</p>	<p>12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x} - \sqrt{2x^2 - 4}}{\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 + 13}} =$</p>
<p>13. $\lim_{x \rightarrow \infty} 4x - \sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{9x^2 + 2} =$</p>	<p>14. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x+4})^4 =$</p>
<p>15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x} - 3x =$</p>	<p>16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 4x + 1} - \sqrt{3x^2 + 9}}{\sqrt{4x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 - 2x}} =$</p>

<p>17. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x - 1 - \sqrt{9x^2 - 4x + 1} =$</p>	<p>18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-3}}{3} \right)$</p>
<p>19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x} - \sqrt{2x^2 - 4}}{\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 + 13}}$</p>	<p>20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(2\sqrt{x} - \sqrt{4x+3})$</p>
<p>21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{ax^2 + b} - \sqrt{ax^2 + bx}}{2a} =$</p>	<p>22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{x^2 + 1}$</p>
<p>23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 4 - \sqrt{x^2 + 8x}}{4} \right)$</p>	<p>24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 3}{3x} = ..$</p>

<p>25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x(2x+a)} - x\sqrt{2}}{2a}$</p>	<p>26. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})\sqrt{x+1/2}$</p>
<p>27. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})\sqrt{x+1/2}$</p>	<p>28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{27x^3 + 4x} - (3x - 2)$</p>

LATIHAN ULANGAN

<p>1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{2(\sqrt{x} - \sqrt{3})} =$</p> <p>a.0 b.3 c.6 d.12 e.24</p>	<p>2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 5} - 1}{2x} =$</p> <p>a.0 b. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ c. $\frac{1}{2}\sqrt{2} - 1$ d. 1 e. ~</p>
<p>3. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x - 3 - \sqrt{9x^2 - 4x + 7} = \dots$</p> <p>a. -7/3 b. -1/3 c. 1/3 d. 7/3 e. 11/3</p>	<p>4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+2} + 3}{3^{x+1} - 3} =$</p> <p>a.-1 b.0 c.1 d. 3 e. ~</p>
<p>5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{9}\right)^{2x} + 14}{\left(\frac{3}{7}\right)^{x+1} - 28} =$</p> <p>a.-2 b.-1/2 c.1/2 d.2 e.~</p>	<p>6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{3x} =$</p> <p>a. 0 b. .2 c. 4 d. 6 e. ~</p>

<p>7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x =$</p> <p>a. $e^{-1/2}$ b. e^{-2} c. $e^{1/2}$ d. e^2 e. \sim</p>	<p>8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+8}\right)^{\frac{1}{2}x-4} =$</p> <p>a. $e^2 \sqrt{e}$ b. $e \sqrt{e}$ c. \sqrt{e} d. $\frac{1}{e^3} \sqrt{e}$ e. $\frac{1}{e^5} \sqrt{e}$</p>
<p>9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8(x^2 + 5)(4 - 2x^5)^2}{(4x^3 - 3x)^3 (0,5x^3 + 5)} =$</p> <p>a. -1 b. 0 c. 1/8 d. 1 e. 4</p>	<p>10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{\cos x - \sin x} =$</p> <p>a. 0 b. 2 c. 4 d. 6 e. \sim</p>
<p>11. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{2x-18}{2\sqrt{x}-6} =$</p> <p>a. 0 b. 3 c. 6 d. 9 e. 12</p>	<p>12. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x}}$, diskontinu pada;</p> <p>a. $x = 0$ dan $x = 3$ b. $0 < x < 3$ c. $0 \leq x \leq 3$ d. $x \leq 0$ atau $x \geq 3$ e. $x < 0$ atau $x > 3$</p>
<p>13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \sqrt{4x^2 - x - 3} =$</p> <p>a. -9/4 b. -11/4 c. 9/4 d. 11/4 e. \sim</p>	<p>14. $f(x) = \frac{6}{\sqrt{2x^2 + x - 10}}$ diskontinu pada</p> <p>a. $x < -5/2$ atau $x > 2$ b. $x \leq -5/2$ atau $x \geq 2$ c. $-5/2 \leq x \leq 2$ d. $-5/2 < x < 2$ e. $2 < x < 5/2$</p>
<p>15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x - \sin 4x}{2x + 3 \sin 2x} =$</p> <p>a. 8 b. 4 c. 2 d. 1/2 e. 0</p>	<p>16. $f(x) = \begin{cases} 5 - ax^2, & x = 3 \\ x^2 - 4x + 3, & x \neq 3 \\ 2 - \sqrt{x+1}, & \end{cases}$</p> <p>kontinu disetiap titik untuk $a = \dots$</p> <p>a. -1/9 b. -1/3 c. -1 d. 13/9 e. 13/3</p>

<p>17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin^3 x}{\sin^2(3x) \cdot \tan^2(2x)} =$</p> <p>a. 1/8 b. 1/9 c. 2/3 d. 1/18 e. 1/6</p>	<p>18. $g(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{untuk } x < 2 \\ px + q, & \text{untuk } 2 \leq x \leq 3 \\ 4x, & \text{untuk } x > 3 \end{cases}$</p> <p>maka p dan q, jika g(x) kontinu untuk semua bilangan real ...</p> <p>a. 5 atau 3 b. 5 atau -3 c. -5 atau 3 d. -5 atau -3 e. 2 atau 3.</p>
<p>19. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3-h)^3 - 27}{h} =$</p> <p>a. 27 b. 9 c. 0 d. -9 e. -27</p>	<p>20. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x}{\sqrt{x} - 2}, & x > 4 \\ ax + b, & 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}, & x < 1 \end{cases}$</p> <p>Jika f(x) kontinu disetiap titik maka 2a+b =</p> <p>a. 14 b. 13 c. 6 d. -14 e. -6</p>